

Funciones de varias variables: Dominio, curvas de nivel y superficies de nivel

Ejercicios extraídos de:

<http://drzuniga0.tripod.com/capitulo1.html>

Ejercicio 1.1

Describir la región D que corresponde, en el plano xy, al dominio de la función dada. Hallar el recorrido de la función.

1. $f(x,y) = \sqrt{4-x^2-y^2}$
2. $f(x,y) = \sqrt{4-x^2-4y^2}$
3. $f(x,y) = \arcsen(x+y)$
4. $f(x,y) = \frac{x+y}{xy}$
5. $f(x,y) = \frac{x+y}{xy}$
6. $f(x,y) = x^2+y^2$
7. $f(x,y) = \ln(4-xy)$

Ejercicio 1.2

Halla curvas de nivel de las siguientes superficies:

1. $f(x,y) = e^{1-x^2-y^2}$
2. $f(x,y) = e^{1-x^2+y^2}$
3. $f(x,y) = \frac{-x}{y^2-x}$
4. $f(x,y) = \ln(y-x^2)$

Ejercicio 1.3

Ídem para:

1. $f(x,y) = 4-x^2-y^2$
2. $f(x,y) = \frac{\sqrt{144-16x^2-9y^2}}{12}$
3. $f(x,y) = 6-2x-3y$
4. $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$

Ejercicio 1.4

Describir las curvas de nivel para cada función con los valores de c que se indican.

1. $f(x,y) = \sqrt{25-x^2-y^2}$, $c=0,1,2,3,4$ y 5
2. $f(x,y) = \frac{x}{x^2+y^2}$, $c=\pm 1/2, \pm 1, \pm 3/2$ y ± 2

Funciones de varias variables: Dominio, curvas de nivel y superficies de nivel

3. $f(x, y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$, $c=0, \pm \pi/6, \pm \pi/3$ y $\pm 5 \pi/6$
4. $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$, $c=0, \pm 1, \pm 2$ y ± 3

Situaciones problemáticas:

1. La temperatura T , en grados Celsius, en cualquier punto (x, y) de una lámina metálica circular de 10 metros de radio es $T = 600 - 0,75x^2 - 0,75y^2$ donde x e y se miden en metros. Dibujar algunas de las curvas isotermas.
2. Una caja rectangular sin tapa superior mide x centímetros de largo, y centímetros de ancho y z centímetros de alto. Expresar el costo C de construcción de esta caja en función de x , y , z , si el material de la base cuesta \$750 por centímetro cuadrado y el de los laterales \$400 por centímetro cuadrado.
3. Un depósito de propano se ha construido adosando dos semiesferas a los extremos de un cilindro circular recto. Expresar su volumen V como función del radio R y de la longitud L del cilindro.
4. ¿Qué significa isobaras? ¿Qué significa isotermas? ¿Qué es un mapa topográfico?

Otros ejercicios:

Representar las gráficas y curvas de nivel de las siguientes funciones de dos variables:

a) $F(x, y) = \frac{1}{5x + y}$

b) $F(x, y) = x^2 + 3y^2 + 1$

c) $F(x, y) = \frac{y}{x^2 + 3}$

d) $F(x, y) = 4x + y - 5$

e) $F(x, y) = 4 - |x| - |y|$

f) $F(x, y) = x^2 + |y| - 2$